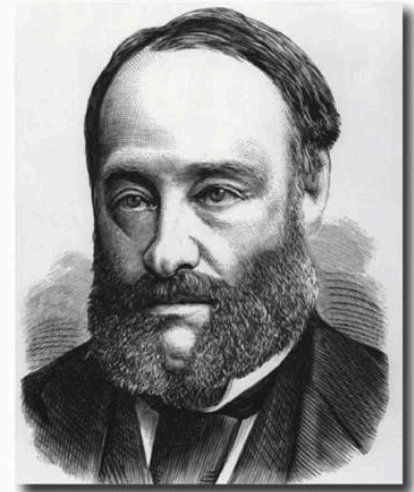


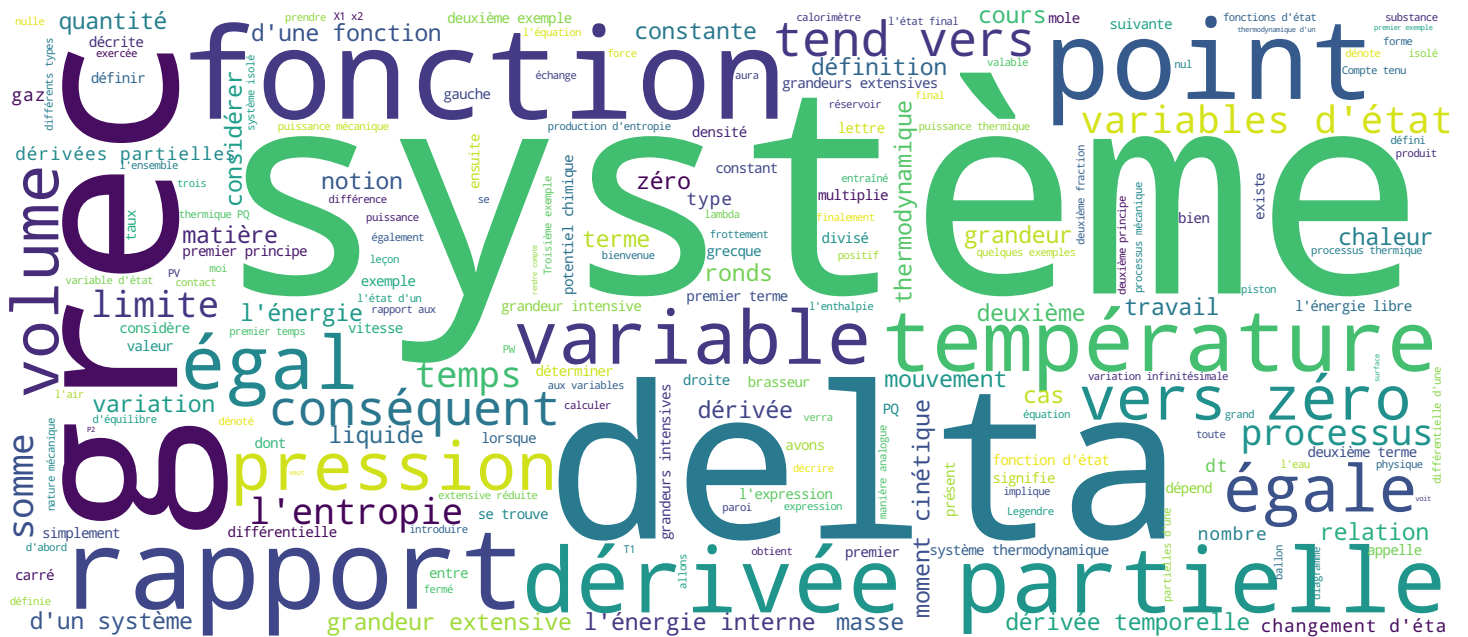
Thermodynamique

Etat, grandeurs et différentielle

Dr. Sylvain Bréchet



James Prescott Joule, 1818 - 1889



Search MOOC



Video





- **Etat**
 - Variables d'état
 - Fonctions d'état
- **Grandeurs**
 - Extensives
 - Intensives
 - Extensives réduites (densitaires)
- **Processus**
 - Mécanique et thermique
- **Analyse mathématique**
 - Dérivées partielles d'une fonction
 - Différentielle d'une fonction
 - Dérivée temporelle d'une fonction

Thermodynamique

Bonjour et bienvenue à ce mot de thermodynamique. Je m'appelle Sylvain Bréchet et je suis chargé de cours en physique à la PFL. Dans ce cours, on va premièrement définir l'état d'un système thermodynamique et pour ce faire, on introduira les notions de variable d'état et de fonction d'état. Dans un deuxième temps, on verra qu'il existe différents types de grandeurs thermodynamique. Ces grandeurs peuvent être extensives intensives ou extensives réduites. On parle aussi de grandeur densité. Troisièmement, on définira la notion de processus. On verra qu'il existe deux types de processus des processus mécaniques d'une part, et des processus thermiques d'autre part. Et pour terminer, on se livrera à un peu d'analyse mathématique afin de définir les dérivées partielles d'une fonction. La différentielle d'une fonction est la dérivée temporelle d'une fonction.

Notes

Summary



0m 05s

Etat : variables et fonctions d'état



- Etat (système) :
 - propriétés physiques

- Variables d'état :

$$\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, \dots\}$$

- Fonctions d'état :

$$F(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, \dots)$$

Thermodynamique

L'État d'un système thermodynamique est défini par ses propriétés physiques. Ces propriétés physiques sont modélisées par des variables. On les appelle les variables d'état. L'ensemble des variables d'état caractérise complètement l'état d'un système thermodynamique. Cet ensemble de variables, on va le dénoter. X_1, x_2, x_3, X_4, x_5 . Le nombre de variables d'état qu'il faut pour déterminer la thermodynamique d'un système et la nature de ces variables d'état dépendra du système particulier qu'on désire décrire. Pour décrire la thermodynamique d'un système, il faut aussi définir des fonctions qui dépendent de l'état du système. On appelle ces fonctions des fonctions d'État. Elles sont par conséquent fonction des variables d'état du système. Ces fonctions F seront donc des fonctions de X_1, x_2, X_3, x_4 et x_5 .

Notes

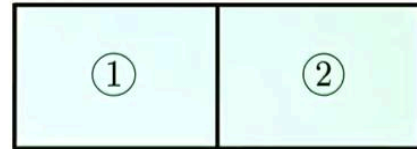
Summary



1m 15s



- Grandeur extensive :
- Grandeur additive (sous-systèmes 1 et 2)



- Exemples :
- Masse : $M = M_1 + M_2$
- Quantité de mouvement : $P = P_1 + P_2$
- Moment cinétique : $L = L_1 + L_2$
- Energie : $E = E_1 + E_2$



Thermodynamique

Il existe différents types de grandeurs thermodynamiques. Le premier type de grandeurs qu'on va considérer, c'est les grandeurs extensives. Une grandeur extensive est essentiellement une grandeur additive. Pour rendre compte de cette activité, on va considérer un système formé de deux sous systèmes le sous système un à gauche et le sous système deux à droite. La grandeur est dite extensive si sa valeur pour le système est égale à la somme de ses valeurs. Pour ces sous systèmes, en l'occurrence le sous système un et le sous système deux. On va maintenant considérer quelques exemples. Le premier exemple, c'est la masse. La masse m du système est égale à la somme de la masse M_1 du sous système un et de la masse M_2 du sous système deux. Le deuxième exemple, c'est la quantité de mouvement, la quantité de mouvement total du système P et la somme vectorielle de la quantité de mouvement P_1 du sous système un et de la quantité de mouvement P_2 du sous système deux. Le troisième exemple, c'est le moment cinétique, le moment cinétique L du système et la somme du moment cinétique L_1 du sous système un et du moment cinétique L_2 du sous système D. Et finalement le dernier exemple c'est l'énergie.

Notes

Summary



2m 31s



- Grandeur intensive :
 - Grandeur non additive (sous-systèmes 1 et 2)
 - Grandeur conjuguée (p.r. grandeur extensive)



- Exemples :
 - Vitesse : $v_1 = v_2 \Rightarrow v = v_1 = v_2$
 - Pression : $p_1 = p_2 \Rightarrow p = p_1 = p_2$
 - Température : $T_1 = T_2 \Rightarrow T = T_1 = T_2$

Thermodynamique

L'énergie du système est la somme de l'énergie un, du sous système un et de l'énergie deux du sous système deux. Il existe des grandeurs extensives et également des grandeurs intensives. Une grandeur intensive est une grandeur qui n'est pas additive, contrairement à la grandeur extensive. Une grandeur intensive est une grandeur conjuguée. Elle est conjuguée à une grandeur extensive. Cette notion de conjugaison est une notion mathématique. La grandeur intensive est définie comme la dérivée partielle de l'énergie par rapport à la grandeur extensive associée. Pour rendre compte de cette intensité, on va de nouveau considérer un système divisé en deux sous systèmes le sous système un et le sous système deux. Et on va prendre quelques exemples. Premièrement, on va considérer la vitesse. On prend le cas particulier où la vitesse du sous système. Une La vitesse V_1 est égale à la vitesse V_2 du sous système de. Dans ce cas la vitesse du système. Est égal à la vitesse des sous systèmes. Deuxième exemple la pression. On considère de nouveau un système pour lequel les deux sous systèmes ont la même pression, c'est à dire que P_1 égale P_2 . Dans ce cas, la pression P est égale à la pression des deux sous systèmes.

Notes

Summary



4m 06s



- Grandeur intensive :
 - Grandeur non additive (sous-systèmes 1 et 2)
 - Grandeur conjuguée (p.r. grandeur extensive)



- Exemples :
 - Vitesse : $v_1 = v_2 \Rightarrow v = v_1 = v_2$
 - Pression : $p_1 = p_2 \Rightarrow p = p_1 = p_2$
 - Température : $T_1 = T_2 \Rightarrow T = T_1 = T_2$

Thermodynamique

Troisième exemple la température. Supposons que les deux sous systèmes et la même température T_1 égale T_2 . Dans ce cas, la température du système T_1 est égale à la température des deux sous systèmes. Il est intéressant de constater que pour ses grandeurs intensives. La valeur de la grandeur intensive pour le système n'est justement pas égale à la somme de la valeur. La grandeur intensive pour les deux sous systèmes, puisque c'est les grandeurs intensives et ses grandeurs intensives ne sont pas des grandeurs additive.

Notes

Summary



5m 44s



- Grandeur extensive réduite (densitaire) :
Grandeur extensive divisée par
 - Volume : V
 - Masse : M
 - Quantité de matière (mole) : $\mathcal{N}_A = 6.022 \cdot 10^{23}$
- Exemples :
 - Densité de matière : n
 - Densité de masse : m
 - Densité de quantité de mouvement : p
 - Densité de moment cinétique : ℓ
 - Densité d'énergie : e

Thermodynamique

Le troisième type de grandeur qu'on considère maintenant, c'est la grandeur extensive réduite. Une grandeur extensive réduite est ainsi appelée une grandeur densité. Une grandeur extensive réduite. Est défini comme le rapport d'une grandeur extensive par un autre type de grandeur, qui peut être soit le volume. Soit la masse. Soit la quantité de matière, quantité de matière qui se définit en mole. La mole, c'est un nombre. C'est le nombre d'Avogadro qui vaut 6,022 fois dix. Puissance 23. Les grandeurs extensives réduites. Son dénoté par des lettres minuscules pour les différencier des grandeurs extensives qui, elles, sont dénoté par des lettres majuscules. Prenons quelques exemples. Le premier exemple, c'est la densité de matière. La densité de matière est décrite par la lettre N . Deuxième exemple, la densité de masse qui, elle, est décrite par la lettre M . Troisième exemple, la densité de quantité de mouvement qui est décrite par la lettre P . Quatrième exemple, la densité du moment cinétique décrite par la lettre N et finalement la densité d'énergie qui est décrite par la lettre.

Notes

Summary

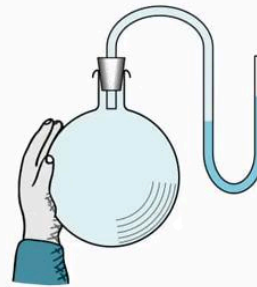
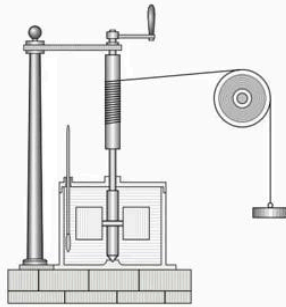


6m 21s

- **Processus :**

Interaction extérieure \Rightarrow changement d'état

- Mécanique \Rightarrow changements d'état de nature mécanique et thermique
- Thermique \Rightarrow changements d'état de nature thermique et mécanique



Thermodynamique

Les processus thermodynamiques. Permettent de d'obtenir un changement d'état du système. La thermodynamique permet de quantifier les processus qui provoquent des changements d'état. Un processus, c'est essentiellement une interaction extérieure qui a pour effet de modifier l'état du système. Il existe deux types de processus. Tout d'abord des processus d'ordre mécanique et ensuite des processus d'ordre thermique. Considérons un exemple de processus mécanique. Cet exemple, c'est le calorimètre de Joule que vous avez ici sur l'image de gauche. Dans ce calorimètre, il y a une capsule. Dans la capsule, il y a du liquide et dans le liquide, il y a un brasseur. Le brasseur est entraîné par une masse d'entraînement et l'entraînement de cette masse est le processus mécanique. Le changement d'état de nature mécanique, c'est le fait que le brasseur soit entraîné. Si le brasseur est entraîné. Dans le liquide, le liquide est visqueux. Il y aura du frottement, ça frottement va générer de la dissipation, ce qui va faire augmenter la température du liquide. Par conséquent, il y aura non seulement un changement d'état de nature mécanique, mais aussi un changement d'état de nature thermique.

Notes

Summary



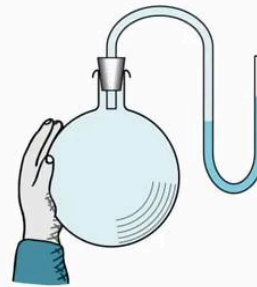
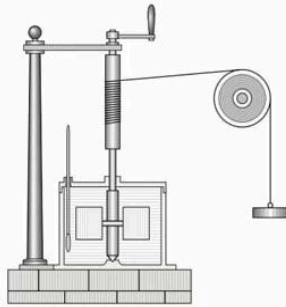
7m 48s

Processus, changement d'état

- **Processus :**

Interaction extérieure \Rightarrow changement d'état

- Mécanique \Rightarrow changements d'état de nature mécanique et thermique
- Thermique \Rightarrow changements d'état de nature thermique et mécanique



Thermodynamique

Le deuxième exemple de processus est un processus thermique qui est illustré ici à droite. On a là un ballon, on injecte un gaz, un gaz relativement froid et dans le col de ce ballon, on va injecter un peu de liquide. Et puis on prend le ballon dans les mains. Par contact thermique. Le gaz initialement froid va se réchauffer. Donc ce processus thermique de contact va générer un changement d'état de nature thermique. Si le gaz se réchauffe, il se dilate. Par conséquent, il va pousser la colonne de liquide qui va remonter. Ceci va générer également un changement d'état de nature mécanique.

Notes

Summary



Dérivées partielles d'une fonction

- Fonction :

$$f(x, y)$$

- Dérivées partielles :

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \equiv \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

- Exemple :

$$f(x, y) = x^2 + 3xy$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 2x + 3y$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 3x$$

Thermodynamique

Passons maintenant à la dernière partie de ce cours qui est consacré à l'analyse mathématique. Dans un premier temps, on veut définir les dérivées partielles d'une fonction. Cette fonction peut par exemple être une fonction d'état. C'est la fonction f qui dépend des variables x et y . On peut définir les dérivées partielles de cette fonction par rapport aux variables x et y . Lorsqu'on définit des dérivées partielles, on maintient constant l'autre variable. En terme de notation, on va utiliser des ronds pour la dérivée partielle pour la distinguer de la dérivée totale qui elle est dénoté par un des droits. Commençons par la définition de la dérivée partielle de la fonction f des variables x et y par rapport à la variable x . Pour ceci, on va devoir considérer un petit élément de variation de x delta x . On va prendre la limite de delta x tend vers zéro. De F de x plus delta x et y grecs moins f de x et y grecs, le tout divisé par delta x . Vous voyez que dans cette définition là. La variable y joue un rôle essentiellement passive. La dérivée partielle de la fonction f de x et y par rapport à la variable i grecque se définit de manière analogue.

Notes

Summary



Dérivées partielles d'une fonction

- Fonction :

$$f(x, y)$$

- Dérivées partielles :

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \equiv \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

- Exemple :

$$f(x, y) = x^2 + 3xy$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 2x + 3y$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 3x$$

Thermodynamique

Elle est donnée par la limite du petit élément de variation de x grec delta x grec qui tend vers zéro de f , de x et y grec plus delta x grec moins f de x et y grec toute divisé par delta x grec. Prenons maintenant un exemple. On considère la fonction f de x et y suivantes. Sept x carré. Plus trois xy grecs. Dans un premier temps, on va calculer la dérivée partielle de la fonction f de x et y par rapport à x . Prenons le premier terme. Le premier terme fait x carré. La dérivée partielle de la fonction f par rapport à x qu'on dénote des ronds f sur des ronds X . Pour le premier terme, ça nous donnera tout simplement deux x pour la deuxième terme. On maintient y constant, par conséquent la dérivée par rapport à x de trois xy . Lorsqu'on maintient y grec constant, c'est tout simplement trois y grecs. À présent, on calcule la dérivée partielle de la fonction f par rapport à la variable y . C'est à dire qu'on maintient la variable x constante. Par conséquent, x carré est une constante. La dérivée de x carré par rapport à y grec donne zéro. Elle n'apporte aucune contribution. Prenons maintenant le deuxième terme $3xy$ grec qu'on va dériver par rapport à y grec en maintenant x constant.

Notes

Summary



- Variation de fonction :

$$\Delta f(x, y) = f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)$$

- Développement mathématique :

$$\begin{aligned} \Delta f(x, y) &= f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y + \Delta y) + f(x, y + \Delta y) - f(x, y) \\ &= \frac{f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y + \Delta y)}{\Delta x} \Delta x + \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} \Delta y \end{aligned}$$

- Différentielle :

$$df(x, y) \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \Delta f(x, y)$$

Thermodynamique

Au final, on obtient trois x. A présent, on va introduire. La notion de différentielle d'une fonction. C'est une notion centrale dans ses cours de thermodynamique. La différentielle d'une fonction. C'est une variation infinitésimale d'une fonction. De plusieurs variables d'état, ici deux variables d'état. Lorsque les deux variables varient, on va donc considérer une petite variation de la variable x delta x et une petite variation de la variable i grecque delta i grecque et la variation de la fonction dénoté notée delta f de x et y grec. La définir comme f de x plus delta x et y grecs plus delta, y grec moins f de x et y grecs. On va maintenant faire un développement mathématique de la variation de cette fonction développementale suivant on va introduire un terme supplémentaire. C'est ce troisième terme ici. Qui est la fonction f de x et y plus delta I qu'on va retrancher dans le terme précédent. On a ajouté un terme et son opposé. Ce qu'on fait maintenant. C'est qu'on va diviser les deux premiers termes par Delta X. On va multiplier de toutes parts Delta X. On va procéder de manière analogue pour les deux derniers termes. On les divise par Delta I grec et on multiplie la toutes par Delta I.

Notes

Summary



- Différentielle :

$$df(x, y) \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \Delta f(x, y)$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \left(\frac{f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y + \Delta y)}{\Delta x} \Delta x + \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} \Delta y \right)$$

- Limite :

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \left(f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y + \Delta y) \right) = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)$$

- Différentielle :

$$df(x, y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x} \Delta x + \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} \Delta y$$

$$df(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} dy$$

Thermodynamique

On peut à présent définir. Formellement la notion de différentiel avec cette variation infinitésimale, on la dénote df de x et y . C'est la limite de Δf qui tend vers zéro et de Δx tend vers zéro de Δf de x et y grec. On vient de calculer cette variation Δf de x et y grec qu'on peut insérer dans cette définition de la différentielle. C'est le terme qui se trouve ici entre parenthèses. Est ce qu'on va maintenant devoir faire ? C'est faire le calcul des limites lorsque Δx tend vers zéro et Δy grec dans vers zéro, regardons la première fraction. Cette fraction dépend de Δy , mais c'est uniquement le numérateur qui dépend de Δy grec et Δy grec apparaît comme argument dans l'expression des deux fonctions. La limite de Δy tend vers zéro. De ce numérateur est tout simplement f de x plus Δx et y grecs, moins f de x et y grecs. Considérons à présent. La deuxième fraction. Dans cette deuxième fraction, il n'y a aucune dépendance en Δx . Par conséquent, la limite de Δx tend vers zéro. De cette fraction laisse la fraction inchangée. On peut donc exprimer la différentielle. Qui est df de x et y grec. Comme la limite de Δx tend vers zéro.

Notes

Summary



- Différentielle :

$$df(x, y) \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \Delta f(x, y)$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \left(\frac{f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y + \Delta y)}{\Delta x} \Delta x + \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} \Delta y \right)$$

- Limite :

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \left(f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y + \Delta y) \right) = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)$$

- Différentielle :

$$df(x, y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x} \Delta x + \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} \Delta y$$

$$df(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} dy$$

Thermodynamique

De F de x plus Δx et y grecs moins f de x y grec sur Δx le toute fois Δx plus. La limite de Δx tend vers zéro de f , de x et y plus Δx grec, moins f de x et y grec, le tout divisé par Δx grec. Δx est grecque. Compte tenu de la définition qu'on vient d'établir précédemment de la dérivée partielle de la fonction f par rapport aux variables x et y grecs, on reconnaît que la limite de Δx tend vers zéro de la première fraction. C'est tout simplement la dérivée partielle de f par rapport à x . Et la limite de Δx tend vers zéro de Δx et la limite de Δx grec tend vers zéro dans la deuxième fraction. C'est tout simplement la dérivée partielle de f par rapport à y grec. Et la limite de Δx tend vers zéro de Δx grec. C'est tout simplement des grecques. Par conséquent, on peut maintenant dégager une relation explicite pour la différentielle df de x et y grec. C'est la dérivée partielle de f par rapport à x qu'on dénote des ronds f sur des ronds x dx . Plus la dérivée partielle de f par rapport à y grec qu'on dénote df des ronds f sur des ronds y grecs. Fois des Grecs.

Notes

Summary



Dérivée temporelle d'une fonction



- Dérivée temporelle : $x \equiv x(t)$ et $y \equiv y(t)$

$$\dot{f}(x, y) = \frac{df(x, y)}{dt}$$

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad \dot{y} = \frac{dy}{dt}$$

$$\dot{f}(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \dot{y}$$

Thermodynamique

Voilà, il nous reste maintenant à déterminer la dérivée temporelle. D'une fonction de deux variables lorsque ces deux variables dépendent du temps, c'est à dire que x est une fonction de t et y est aussi une fonction de t . La dérivée de la fonction f de x et y par rapport au temps se dénote des f de x à y grecs sur dt . De plus, on va adopter ici et dans la suite de ce cours la convention d'écriture qui est usuellement adoptée en mécanique. Et qui est la suivante. On va dénoter cette dérivée par rapport au temps, par un point qu'on appose sur la fonction f point de x et y grec et donc par définition des f de x et y grec sur dt . En utilisant la même convention. \dot{x} point c dx sur dt la dérivée temporelle de x y avec point c des Grecs sur dt la dérivée temporelle de y grecque. On peut maintenant déterminer la structure de la dérivée temporelle de la fonction f de x et y grec est le point de x et y grec. Va contenir deux contributions puisque x et y indépendamment sont des fonctions du temps. La première contribution est la suivante. C'est la dérivée partielle de f par rapport à x fois \dot{x} . On a utilisé ici la règle de la dérivée d'une composition de fonctions, et le deuxième terme, c'est la dérivée partielle de f par rapport à y grec pour la dérivée de y grecque par rapport au temps qui s'y grec point.

Notes

Summary



18m 19s